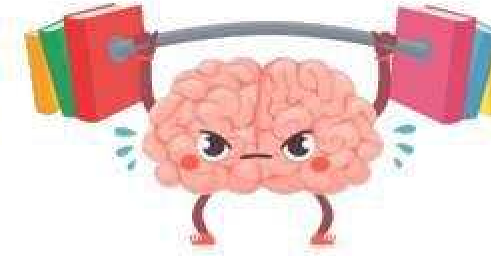
الهندسة



المتجهات

الكميات القياسية :

هى كميات تتعين من خلال مقدارها فقط ولا تحتاج إلى إتجاه مثل المسافه والوزن والطول والزمن

الكميات المتجهة :

هى كميات تتحدد تماما بمعرفة مقدارها وإتجاهها مثل الإزاحة والقوة والسرعه

المسافة : هى طول المسار الفعلى المقطوع وهى كمية قياسية ليس لها إتجاه

الإزاحة : هى مسافة فى إتجاه معين وهى أقصر بعد بين البداية والنهاية وهى كمية متجهة

القطعة المستقيمة الموجهة : لها نقطة بداية ونقطة نهاية ولها إتجاه

معيار القطعة المستقيمة الموجهة : معيار $\overrightarrow{أب}$ هو طول $\overline{أب}$ ويرمز له بالرمز $\|\overrightarrow{أب}\|$

ملاحظة $\|\overrightarrow{أب}\| = \|\overrightarrow{بأ}\| = أب$

تكافؤ قطعتين مستقيمتين موجهتين :

① إذا كان لهما نفس المقدار (المعيار)

② إذا كان لهما نفس الإتجاه سواء متوازيان أو يحملهما مستقيم واحد

wish for it
work for it

ملاحظات

1. قطرا متوازى الأضلاع ينصف كل منهما الأخر
2. القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفي ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث وتساوى نصف طوله
3. معيار متجه الإزاحة $\leqslant$ المسافة $\Leftarrow \dfrac{\text{معيار متجه الإزاحة}}{\text{المسافة}} =$ س فإن س $[١ ، ٠]$
4. الإزاحة = المسافة إذا تحرك الجسم فى خط مستقيم فى نفس الإتجاه
5. الإزاحة = صفر إذا رجع لنفس نقطة البداية

متجه الموضع لنقطة معلومة بالنسبة لنقطة الأصل

هو القطعه المستقيمة الموجهة التى بدايتها نقطة الأصل ونهايتها النقطة المعلومة $\overrightarrow{وأ} = \overrightarrow{أ}$

معيار متجه الموضع هو طول القطعه المستقيمه الممثلة للمتجه

إزاى تجيب معيار متجه $\overrightarrow{ر} = (س ، ص)$ فإن $\|\overrightarrow{ر}\| = \sqrt{س^٢ + ص^٢}$

الصورة القطبية لمتجه الموضع : $\overrightarrow{وأ} = (\|\overrightarrow{وأ}\| ، \theta) =$ (معيار ، زاوية)

الصورة الإحداثية للمتجهه $\overrightarrow{وأ}$ هى : $\overrightarrow{وأ} = (س ، ص) = (\|\overrightarrow{أ}\| \text{ جتا } \theta ، \|\overrightarrow{أ}\| \text{ جا } \theta)$

س $= \|\overrightarrow{وأ}\|$ جتا θ ، ص $= \|\overrightarrow{وأ}\|$ جا θ $\Leftarrow$ ظا $\theta = \dfrac{ص}{س}$ من غير إشارة

المتجه الصفرى هو متجه معياره = صفر

يعرف $\overrightarrow{و} = (٠ ، ٠)$ بالمتجه الصفرى $\overrightarrow{٠}$ ويكون $\|\overrightarrow{و}\| = \|\overrightarrow{٠}\| = ٠$ وهو غير معين الإتجاه

متجه الوحدة هو متجه معياره = الواحد الصحيح مثل $\overrightarrow{ح} (\frac{٣}{٥} ، \frac{٤}{٥})$

متجها الوحده الأساسيين

$\overrightarrow{أ}(١ ، ٠)$ معياره الوحده وإتجاهه هو الإتجاه الموجب لمحور السينات

$\overrightarrow{ب}(٠ ، ١)$ معياره الوحده وإتجاهه هو الإتجاه الموجب لمحور الصادات

إزاى نعمل من أى متجه متجه وحده فى إتجاهه متجه الوحده $أ^* = \dfrac{\overrightarrow{أ}}{\|\overrightarrow{أ}\|}$

نقسمه على معياره

ملاحظات

صلى الله عليه وسلم

1. إذا كان $\overrightarrow{أ} = (٣ ، \frac{\pi}{٤})$ فإن $٢\overrightarrow{أ} = (٦ ، \frac{\pi}{٤})$
2. $\|ك \overrightarrow{أ}\| = |ك| . \|\overrightarrow{أ}\|$ مثال $\|-٣ك \overrightarrow{أ}\| = ٣ |ك| . \|\overrightarrow{أ}\|$
3. إذا كان $-٢ \leqslant ك \leqslant ٣$ فإن $٠ \leqslant |ك| \leqslant ٣$



جمع المتجهات جبريا

إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}} = (س_1 ، ص_1)$ ، $\overrightarrow{\text{ب}} = (س_2 ، ص_2)$

فإن $\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}} = (س_1 + س_2 ، ص_1 + ص_2)$ ← (٣ ، –٢) + (٥ ، ٧) = (٨ ، ٥)

ضرب متجه فى عدد حقيقى

لكل $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (س ، ص) ∈ ح^2 ، ولكل ك ∈ ح

ك $\overrightarrow{\text{أ}}$ (س ، ص) = (ك س ، ك ص) ∈ ح^2 مثال –٢ (٣ ، –٤) = (–٦ ، ٨)

خواص جمع المتجهات

١ **الإنغلاق:** لكل $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ ∈ ح^2 يكون $\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}$ ∈ ح^2

٢ **الإبدال:** $\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{ب}} + \overrightarrow{\text{أ}}$

٣ **الدمج:** $\overrightarrow{\text{أ}} + (\overrightarrow{\text{ب}} + \overrightarrow{\text{ج}}) = (\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}) + \overrightarrow{\text{ج}} = \overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}} + \overrightarrow{\text{ج}}$

٤ **المحايد الجمعى:** $\overrightarrow{\text{و}}$ = (٠ ، ٠) ← $\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{و}} = \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{\text{و}} + \overrightarrow{\text{أ}}$

٥ **المعكوس الجمعى:** $\overrightarrow{\text{أ}} + (-\overrightarrow{\text{أ}}) = (-\overrightarrow{\text{أ}}) + \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{\text{و}}$

إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ج}}$ فإن $\overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{ج}}$

شرط توازى وتعامد متجهين

الميل = $\frac{ص}{س}$

إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}} // \overrightarrow{\text{ب}}$ فإن $م_1 = م_2$ **أو** $س_1 ص_2 - ص_1 س_2 = ٠$

إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}} \perp \overrightarrow{\text{ب}}$ فإن $م_1 \times م_2 = -١$ **أو** $س_1 س_2 + ص_1 ص_2 = ٠$

نقلب ونغير الإشارة

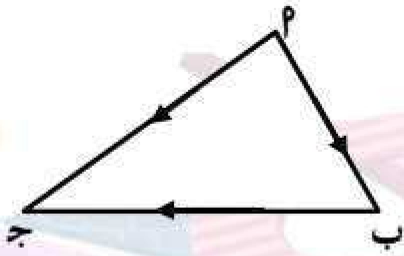
إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ = ك $\overrightarrow{\text{ب}}$ فإن $\overrightarrow{\text{أ}} // \overrightarrow{\text{ب}}$

$\overrightarrow{\text{أ}} // ٢\overrightarrow{\text{أ}}$ نفس الإتجاه

$\overrightarrow{\text{أ}} // -٢\overrightarrow{\text{أ}}$ عكس الإتجاه

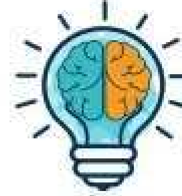
Keep going

جمع المتجهات هندسيا



قاعدة المثلث (قاعدة شال) ← $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بج}} = \overrightarrow{\text{أج}}$

ملاحظات



إذا كان $\|\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}\| = \|\overrightarrow{\text{أ}} - \overrightarrow{\text{ب}}\|$

فإن ∴ $\overrightarrow{\text{أ}} \perp \overrightarrow{\text{ب}}$

$\|\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}\| \leq \|\overrightarrow{\text{أ}}\| + \|\overrightarrow{\text{ب}}\|$

$\|\overrightarrow{\text{أ}} - \overrightarrow{\text{ب}}\| \geq \|\overrightarrow{\text{أ}}\| - \|\overrightarrow{\text{ب}}\|$



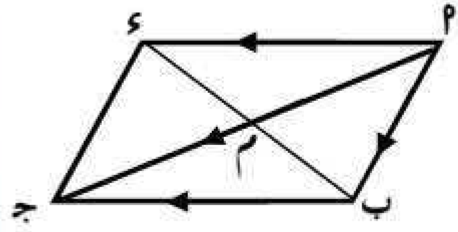
١ $\overrightarrow{\text{أب}} = -\overrightarrow{\text{بأ}}$

٢ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بحـ}} + \overrightarrow{\text{حـأ}} = \overrightarrow{\text{و}}$

٣ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بحـ}} + \overrightarrow{\text{حـء}} + \overrightarrow{\text{ءأ}} = \overrightarrow{\text{و}}$

٤ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بحـ}} + \overrightarrow{\text{حـء}} + \overrightarrow{\text{ءهـ}} = \overrightarrow{\text{أهـ}}$ اللى يقفل عليهم من البداية للنهاية

قاعدة متوازى الأضلاع ← $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أء}} = \overrightarrow{\text{أحـ}}$



وحيث أن: $\overrightarrow{\text{بحـ}}$ يكافىء $\overrightarrow{\text{أء}}$ ← $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بحـ}} = \overrightarrow{\text{أحـ}}$

وحيث أن: م نقطة تقاطع قطراه فإن $\overrightarrow{\text{أحـ}} = ٢\overrightarrow{\text{أم}}$ ← $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أء}} = ٢\overrightarrow{\text{أم}}$

ملاحظات: أبحـ مثلث فيه $\overline{\text{أء}}$ متوسط فإن $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أحـ}} = ٢\overrightarrow{\text{أء}}$

$\overrightarrow{\text{بأ}} + \overrightarrow{\text{حـأ}} = ٢\overrightarrow{\text{ءأ}}$ ← $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أحـ}} = ٤\overrightarrow{\text{أهـ}}$

طرح المتجهات هندسيا

$\overrightarrow{\text{أب}} - \overrightarrow{\text{أحـ}} = \overrightarrow{\text{حـب}}$ لاحظ نفس البداية

أو ممكن نحولها لجمع $\overrightarrow{\text{حـأ}} + \overrightarrow{\text{أب}} = \overrightarrow{\text{حـب}}$

التعبير عن القطعة المستقيمة الموجهة بدلالة متجهي الموضع لطرفيها $\overrightarrow{\text{أب}} = \overrightarrow{\text{ب}} - \overrightarrow{\text{أ}}$

إذا كان $\overrightarrow{\text{أء}} = \overrightarrow{\text{بحـ}}$ ← $\overrightarrow{\text{ء}} - \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{\text{حـ}} - \overrightarrow{\text{ب}}$ ← ∴ $\overrightarrow{\text{ء}} = \overrightarrow{\text{حـ}} + \overrightarrow{\text{أ}} - \overrightarrow{\text{ب}}$